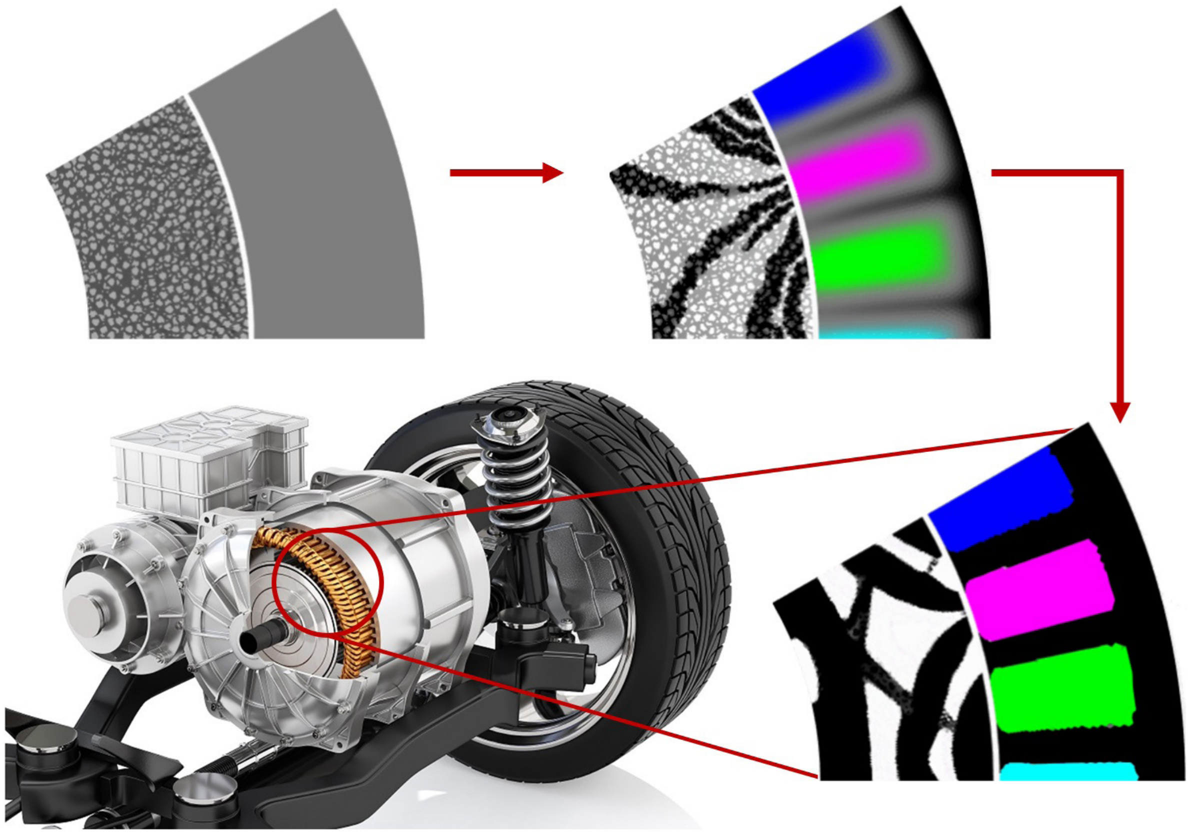

Repousser les limites de conception par l'optimisation topologique

Application aux machines électriques

Il existe une très grande variété de machines électriques : traction automobile, génératrice aéronautique, alternateur connecté au réseau… Comment déterminer la meilleure structure pour chaque application ? Il semble qu'on ne puisse répondre à cette question que de manière biaisée, puisqu'on ne cherche la meilleure machine que parmi celles que l'on connaît déjà. S'affranchir de ce biais reviendrait ou bien à considérer toutes les architectures imaginables, ce qui est évidemment impossible… ou bien à n'en considérer aucune. C'est le pari des méthodes d'optimisation topologique, qui s'efforcent de déterminer la meilleure structure possible en s'appuyant uniquement sur les équations de la physique et du problème d'optimisation.

Théodore Cherrière

Docteur en génie électrique, co-lauréat du prix de thèse Ampère 2024

Maître de conférences à CentraleSupélec, laboratoire GeePs

Introduction

Les machines électriques : de nombreuses applications…

Les machines électriques sont partout : du moteur de montre de quelques microwatts au turbo-alternateur de centrale nucléaire de l'ordre du gigawatt, leur gamme de puissance couvre une quinzaine de décades et leurs applications sont innombrables. En tant que génératrices, elles produisent quasiment la totalité de l'électricité mondiale et en consomment en moteur environ la moitié [1]. Cette part augmente avec l'électrification massive des usages (on prévoit

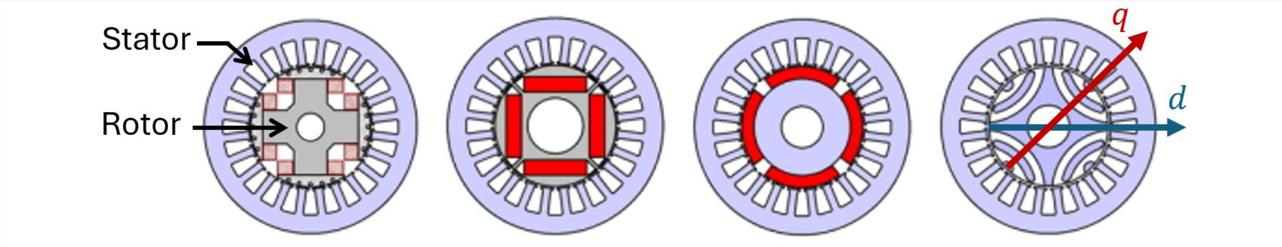

Figure 1 : Structures usuelles de machines synchrones. De gauche à droite : machines à inducteur bobiné, à aimants enterrés, à aimants de surface, synchro-réluctante. D'après https://www.jmag-international.com/engineers_diary/017/.

une multiplication par 23 du nombre de véhicules électriques d'ici 2050, et par 10 du nombre de pompes à chaleur [2]), et s'accompagne de tensions d'approvisionnement en matériaux critiques (aimants, cuivre…). Il est donc primordial de les concevoir avec le plus grand soin pour répondre à ces enjeux économiques, stratégiques et environnementaux.

… et de nombreuses architectures

Au cours d'une histoire riche de près de deux siècles, de multiples structures de machines ont émergé : à courant continu, asynchrones ou synchrones… Bien que reposant sur le même principe physique d'induction électromagnétique, leurs architectures sont radicalement différentes.

Dans cet article, on se focalise sur les moteurs synchrones, qui tendent à s'imposer aujourd'hui. Leur principe de fonctionnement est simple : un rotor est entraîné par un champ magnétique tournant généré par le stator. Et pourtant, il en existe une grande diversité, dont les plus classiques sont représentés sur la figure 1. Parmi toutes ces structures, laquelle est la plus performante ? Et en existe-t-il d'autres, encore meilleures ?

Démarche de conception usuelle

Mettons-nous dans la peau d'un concepteur de machine. La première étape de notre travail consiste à choisir une architecture à partir de notre expérience. Pour l'adapter au cahier des charges, on définit un paramétrage détaillé de sa géométrie que l'on note X, qui regroupe des longueurs d'aimants, tailles d'encoches, divers angles et rayons de courbure, etc. Ce paramétrage constitue l'entrée d'un modèle qui résout les équations de la physique sur cette géométrie, et en évalue les performances (couple, rendement, vibrations…). Il s'agit d'un problème « *direct* », pour lequel on dispose de nombreux outils de simulation et dont la résolution ne pose pas de difficulté.

Notre but est plutôt de résoudre un problème « *inverse* », à savoir obtenir la valeur $x^*\in X$ qui maximise les performances, minimise les coûts tout en respectant les contraintes du cahier des charges : on parle alors de problème d'optimisation. Pour fixer les idées, considérons un problème d'optimisation simple, mono-objectif et non-contraint :

$$\text{trouver} \quad x^* = \arg\min_{x\in X} f(x) \qquad (\mathcal{P})$$

où dans la suite la fonction objectif f désigne l'opposé du couple moyen qu'on souhaite maximiser.

Algorithmes d'optimisation

Une fois le problème d'optimisation clairement formulé en termes de variables, objectifs et contraintes éventuelles, on dispose de deux grandes classes d'algorithmes pour le résoudre [3].

La première famille rassemble les algorithmes qui calculent à chaque itération une *direction de descente*, soit un incrément de x qui permet de diminuer la valeur de f, qu'on souhaite minimiser. C'est le cas de sa dérivée $d_x f$: on parle alors de *descente de gradient*. Si le calcul du gradient est efficace (par exemple, en utilisant des méthodes adjointes), on converge rapidement vers un *optimum local* de f.

La seconde catégorie rassemble les approches *métaheuristiques*, qui font évoluer x en s'inspirant de phénomènes naturels et sélectifs conduisant à des situations optimales comme l'évolution des espèces (algorithme génétique) ou le comportement animal (essaims particulaires). Ces algorithmes sont polyvalents et moins sujets à tomber dans des optima locaux. Par contre, ils requièrent un nombre d'évaluations du modèle exponentiel vis-à-vis du nombre de variables, ce qui les rend inutilisables pour des problèmes de grande dimension. En pratique, on arrive à plusieurs jours de calculs parallèles dès que $\dim(X)\simeq 10^2$.

Quel que soit l'algorithme, les résultats possibles se limitent aux structures pouvant être décrites par la paramétrisation géométrique X initialement choisie par le concepteur, comme le montre la figure 2. Afin de s'affranchir de cette limitation, on peut utiliser des approches *non paramétriques*.

Optimisations non paramétriques

Ces méthodologies se passent de toute paramétrisation géométrique imposée par le concepteur. Elles permettent ainsi de supprimer ce biais de conception et d'explorer un espace des structures possibles beaucoup plus large. En contrepartie, elles manipulent un nombre considérable de variables d'optimisation (de 10^3 à 10^9 [4]), ce qui nous restreint aux algorithmes de descente de gradient qui sont les seuls capables de converger en un temps raisonnable dans ces conditions. Mais comment décrire et faire évoluer une répartition de matière sans la paramétriser ?

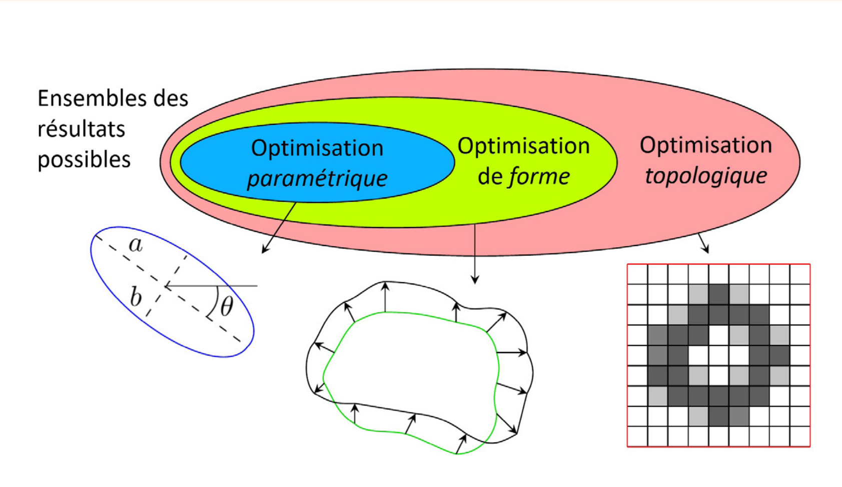

Figure 2 : Classification des méthodes d'optimisation de la distribution de matière.

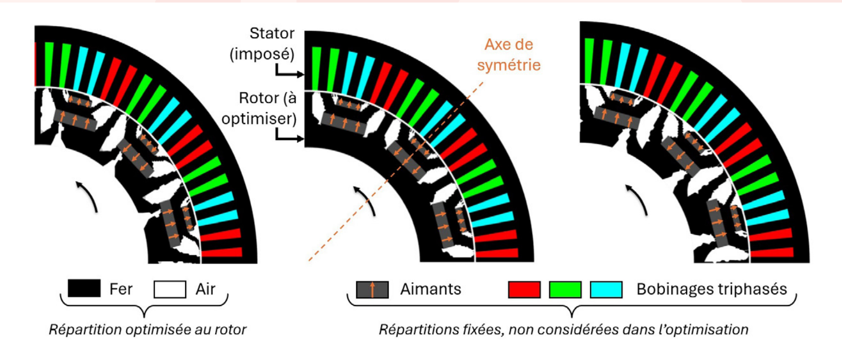

Figure 3 : Résultats d'optimisation topologique d'un rotor de machine à aimant selon son cas d'utilisation. Gauche : 100 % moteur ; centre : 50 % moteur / 50 % générateur (axe de symétrie repéré en orange) ; droite : 100 % générateur.

Optimisation de forme

Une première idée est de décrire une forme par la position de ses frontières, qui peuvent se mouvoir librement comme illustré sur la figure 2. Les points de la frontière constituent alors les variables d'optimisation, et le calcul de *dérivées de forme* donne une direction de descente vers laquelle déplacer ces points. Il est cependant impossible de nucléer des trous dans cette forme, puisqu'on peut seulement déplacer et non pas créer de nouvelles frontières à l'intérieur.

Optimisation topologique

Les méthodes d'optimisation topologique permettent de telles évolutions. Plusieurs techniques existent ; on détaille la méthode à densité qui est la plus utilisée [5]. La variable d'optimisation est une fonction de l'espace ρ appelée « densité » : $\rho=0$ est associé à de l'air, et $\rho=1$ à de la matière. Les densités intermédiaires correspondent à des matériaux intermédiaires illustrés en figure 2, sans interprétation physique, et qu'on souhaite éliminer : la distribution de ρ coïncide alors avec la répartition de matière. Notons que les problèmes d'optimisation topologique n'admettent en général pas de solution : les formes optimales font apparaître des microstructures infiniment fines, ce qui conduit à des artefacts numériques. Il est alors nécessaire de régulariser le problème d'optimisation en imposant une taille caractéristique minimale (par exemple avec un filtre).

Application aux machines électriques

Reprenons le problème $(\mathcal{P})$ et appliquons-le à l'optimisation de la distribution de fer dans un rotor de moteur à aimants de véhicule électrique. Maximiser uniquement le couple moteur renvoie une topologie asymétrique donnée en figure 3, contrairement aux structures usuelles [6]. En fait, on n'obtient une structure symétrique que lorsqu'on considère dans l'optimisation un fonctionnement équilibré, autant moteur (couple positif) que générateur (couple négatif) ; or le fonctionnement moteur est dominant dans un véhicule électrique. Il est donc important de tenir compte des cas d'usage de la machine dès sa conception, si possible sur l'ensemble d'un cycle de conduite [7].

Considérer davantage de matériaux

Jusqu'à présent, on a considéré uniquement deux matériaux dans l'optimisation : du fer et de l'air. Or, un actionneur complet contient au moins un matériau ferromagnétique, une source de champ magnétique et de l'air. Pour prétendre éliminer tout biais de conception, il faut donc être capable de considérer davantage de matériaux dans l'optimisation.

Étendre le domaine d'interpolation

Dans le cadre des méthodes à densité, il est naturel d'étendre le domaine d'interpolation (noté $\mathcal{D}$) à des dimensions supérieures, comme illustré sur la figure 4. D'une ligne qui relie seulement du fer à de l'air, on peut considérer un carré qui en relierait fer, air, conducteurs aller-retour, en associant chaque matériau à un sommet de $\mathcal{D}$. Si procéder de cette manière est simple, rapidement de nombreux problèmes se posent.

Quel domaine d'interpolation choisir ?

On constate qu'en général, le résultat d'optimisation dépend fortement du choix de $\mathcal{D}$, et de la manière dont sont placés les matériaux à ses sommets. En particulier, le choix naïf d'un cube pour résoudre $(\mathcal{P})$ appliqué à un stator triphasé (8 matériaux : fer, air, 3 phases électriques allers-retours) donne des résultats médiocres, comme le montre la figure 5. Il est plus raisonnable d'ordonner les matériaux de même nature

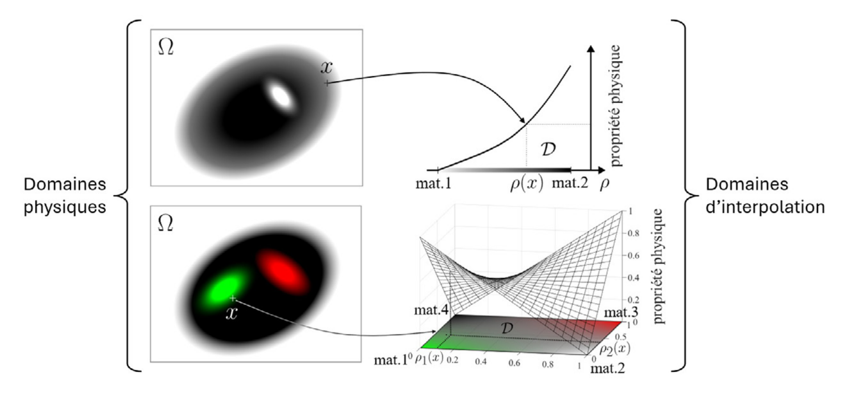

Figure 4 : Principes de la méthode à densité classique (haut), et étendue à un problème multi-matériaux (bas) ; on note Ω le domaine physique à optimiser et $\mathcal{D}$ le domaine d'interpolation.

et de séparer ceux de natures différentes. On place donc sur un même plan les conducteurs ordonnés selon leur phase, et dans une dimension orthogonale le fer et l'air. On obtient un domaine en diamant qui donne de bien meilleurs résultats [8]. On peut même faire encore plus général en définissant $\mathcal{D}$ comme un simplexe régulier (triangle équilatéral en 2D, tétraèdre régulier en 3D et leurs équivalents en dimensions supérieures). Tous les placements de matériaux à ses sommets sont alors équivalents, ce qui en fait un choix par défaut adapté à la plupart des problèmes d'optimisation que l'on peut rencontrer.

Vers l'optimisation de machines entières

Une fois le formalisme d'optimisation topologique multi-matériaux établi, on peut appliquer le problème $(\mathcal{P})$ à une machine entière, à savoir optimiser simultanément le rotor et le stator. Prenons l'exemple d'une machine synchro-réluctante triphasée, très intéressante en raison de son rendement élevé et de l'absence d'aimant aux terres rares [9]. Magnétiquement, la configuration idéale comporte un stator triphasé à bobinage distribué, et un rotor dans lequel sont découpées des barrières de flux représentées en figure 1 au début de cet article (machine de droite). Une telle structure permet de très bien conduire les lignes de champ dans une direction d, et très mal dans la direction q en quadrature, ce qui maximise le rapport de saillance. Selon la règle du flux maximum, l'axe d du rotor s'orientera naturellement dans la direction du champ tournant créé par le stator.

Combien de barrières de flux ?

En ne prenant en compte que les équations de la magnétostatique, et en considérant un stator idéal (négligeant tout effet d'encoches), on peut montrer que plus les barrières de flux sont nombreuses et fines, plus le couple sera élevé. Il tend vers une valeur limite qu'on ne peut pas atteindre puisqu'on pourra toujours subdiviser les barrières de flux. C'est une mauvaise nouvelle, à double titre : déjà, l'algorithme d'optimisation ne pourra pas converger ; par ailleurs, il est impossible d'usiner les laminations air/fer infiniment fines d'un tel rotor. Il faut donc faire appel à des techniques de régularisation, comme un filtrage qui adoucit la structure et impose à la distribution de matière une échelle caractéristique minimale qui fixera le nombre de barrières de flux. Le rotor sera alors fabricable, sans être le meilleur possible magnétiquement.

Assurer la tenue mécanique

En admettant une régularisation adaptée qui permet d'obtenir des structures fabricables, on est confronté à une nouvelle difficulté : l'algorithme renvoie des laminations de matériaux ferromagnétiques parallèles, séparées les unes des autres par les barrières de flux. De ce fait, le rotor idéal d'un point de vue magnétique n'a aucune tenue mécanique, et pour cause : on ne l'a pas considérée dans le problème d'optimisation. L'ajouter comme contrainte est loin d'être aisé, puisque les deux physiques poursuivent des buts contradictoires : relier les laminations de fer entre elles renforce le rotor mais introduit des courts-circuits magnétiques qui font chuter le couple. Cette situation naturellement instable a tendance à faire osciller les algorithmes d'optimisation. Encore une fois, d'importantes régularisations et itérations de l'algorithme sont nécessaires.

En faisant varier la situation initiale aléatoirement, on obtient plusieurs familles de

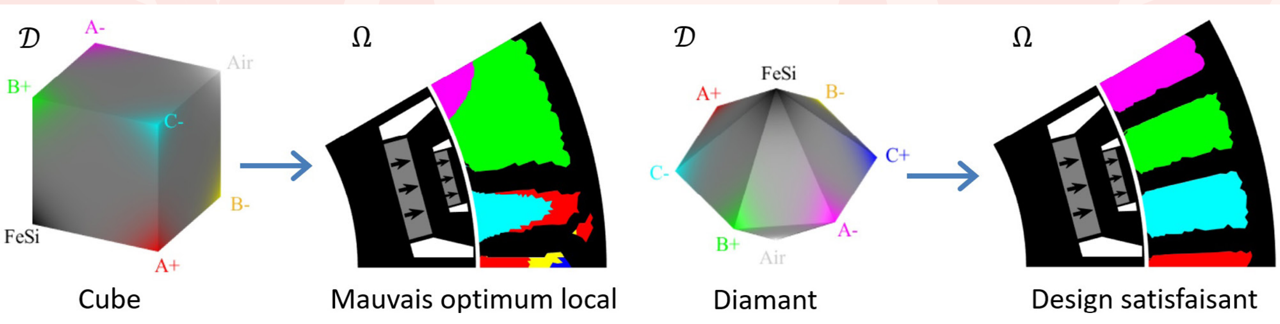

Figure 5 : Résultats d'optimisation du problème $(\mathcal{P})$ appliqué à un stator triphasé selon le choix de $\mathcal{D}$. Les symboles $\{A^+,B^+,C^+\}$ et $\{A^-,B^-,C^-\}$ désignent les conducteurs triphasés allers et retours, respectivement.

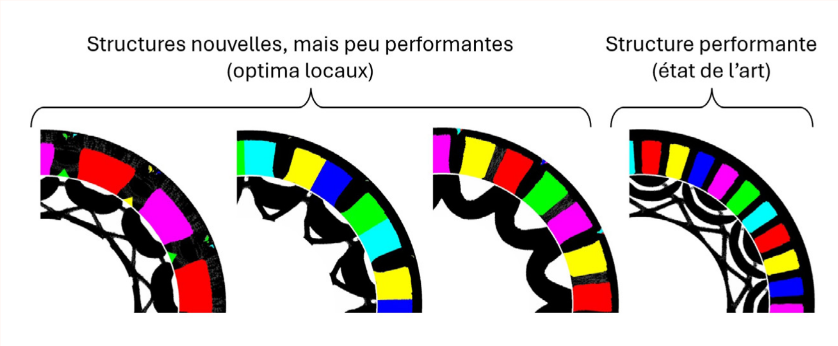

Figure 6 : Exemples de machines entières optimisées en tenant compte de la tenue mécanique à partir d'initialisations aléatoires.

machines représentées à la figure 6, qui sont générées sans aucune information sur la géométrie initiale, à l'exception des limites externes du rotor et du stator. Un peu plus de la moitié des structures sont pour le moins étranges : bobinages monophasés, biphasés, rotors variés… Ces structures sont sans doute nouvelles, mais peu performantes et donc inintéressantes : il s'agit d'optima locaux. Le reste correspond peu ou prou à l'état de l'art : stator triphasé à bobinage distribué, rotor à barrières de flux. En somme, on constate que les ingénieurs ont fait du bon travail, et que la structure qu'ils proposent est tout à fait raisonnable (ce qui est rassurant) ! En revanche, ce résultat laisse un goût amer au développeur de méthodes d'optimisation topologique : tant d'efforts pour finalement retrouver une structure déjà connue !

Peut-on générer de l'innovation ?

On peut voir le verre à moitié plein et se dire que l'algorithme a, en quelques heures, retrouvé ce que les ingénieurs ont mis des années à obtenir, ce qui est en soi un tour de force. En effet, ce type de machine est classique, très étudié, et il aurait été surprenant d'obtenir quelque chose de totalement différent. En fait, le potentiel de l'optimisation topologique est maximal pour des problèmes nouveaux et encore peu étudiés, où le recul des ingénieurs est faible. Citons l'exemple des machines à commutation de flux, dont la source d'excitation se trouve au stator [10]. Il existe des structures triphasées que l'algorithme retrouve ; en revanche, très peu de travaux portent sur une version monophasée, qui serait intéressante pour réduire le coût. L'algorithme trouve une machine convenable représentée à la figure 7, mélangeant deux structures élémentaires d'encoches en forme de U et de E. Usuellement, on n'utilise qu'un seul de ces motifs élémentaires : la structure obtenue est donc contre-intuitive, et, à notre connaissance, nouvelle. L'optimisation topologique est donc tout à fait capable de générer de l'innovation : il suffit de chercher là où il est susceptible d'y en avoir.

Conclusion : optimiser la topologie, et au-delà

L'optimisation topologique est donc un outil puissant, capable d'égaler l'état de l'art, voire de le dépasser si l'occasion se présente. À l'inverse, un tel algorithme qui ne parviendrait pas à trouver de solution constitue un signal fort : le cahier des charges est sans doute inatteignable dans les conditions fixées. Pour autant, il faut garder à l'esprit que l'optimisation topologique n'est pas la panacée. Le problème d'optimisation doit être bien défini mathématiquement, bien posé et, si besoin, régularisé. Par ailleurs, la structure obtenue peut n'être qu'un optimum local parmi d'autres, et sa fabricabilité n'est pas toujours assurée.

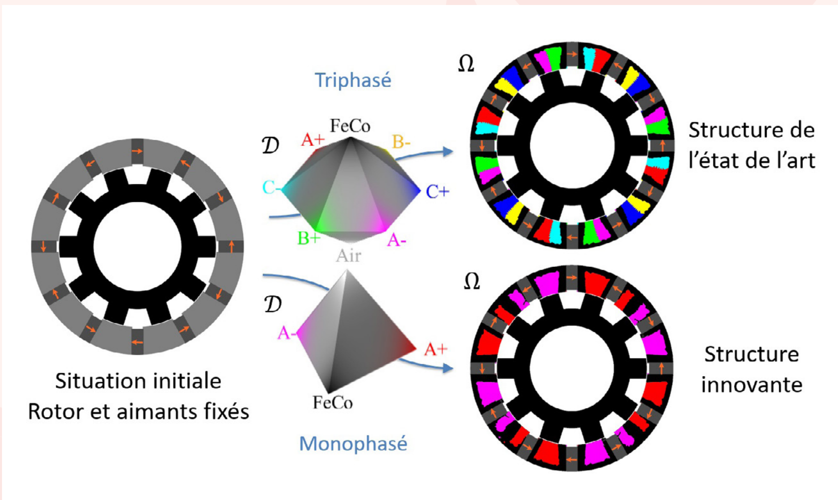

Figure 7 : Optimisations topologiques de machines à commutation de flux 12/10 : structure triphasée analogue à l'état de l'art [11] et structure monophasée innovante.

L'auteur

Théodore Cherrière est un ancien élève de l'ENS Paris-Saclay. Agrégé d'ingénierie électrique en 2019, il a effectué sa thèse de doctorat au laboratoire SATIE sur l'optimisation topologique des machines électriques, pour laquelle il a obtenu le prix Ampère-SEE et le prix Paul Caseau. Il a ensuite travaillé sur des techniques avancées d'optimisation multi-matériaux au laboratoire RICAM à Linz (Autriche). Depuis décembre 2024, il est maître de conférences à CentraleSupélec et chercheur au laboratoire GeePs. Ses recherches portent sur la simulation numérique et l'optimisation topologique.

Les axes d'amélioration sont donc nombreux. D'abord, considérer des structures 3D, à l'image des machines à flux axial (YASA) et à flux transverse qui sont particulièrement prometteuses. Ensuite, optimiser non seulement la répartition des matériaux, mais aussi leurs propriétés intrinsèques (degré d'anisotropie, microstructure optimale), en prenant en considération les couplages multiphysiques, les contraintes de fabricabilité et d'assemblage. Enfin, dépasser la simple topologie de la machine pour inclure sa commande dans l'optimisation, et à terme l'ensemble de la chaîne de traction, en profitant des nouvelles possibilités offertes par l'intelligence artificielle et l'apprentissage profond.

De nombreux chercheurs travaillent sur ces axes de développement. Pour l'heure, l'expertise humaine demeure indispensable pour interpréter et exploiter les résultats de ces algorithmes. D'ailleurs, l'objectif de l'optimisation topologique n'est pas de remplacer les ingénieurs humains, mais plutôt de les inspirer, afin de repousser toujours plus loin les limites de la conception. ■

Références

[1] International Energy Agency, "Global EV Outlook 2023," Paris, 2023. url : https://www.iea.org/reports/global-ev-outlook-2023 (consulté le 02/11/2025)
[2] EDF, "Edf Net Zero Scenario : powering carbon neutrality in Europe by 2050," 2024. url : https://www.edf.fr/sites/groupe/files/2024-03/edfgroup_net-zero-scenario_facts-figures_va.pdf (consulté le 02/11/2025)
[3] J. Fontchastagner & F. Messine, "Conception par optimisation des actionneurs électromécaniques - Applications et exemples industriels," Techniques de l'Ingénieur, 2023, doi: 10.51257/a-v1-d3416.
[4] N. Aage, E. Andreassen, B. S. Lazarov, & O. Sigmund, "Giga-voxel computational morphogenesis for structural design," Nature, vol. 550, no. 7674, pp. 84–86, 2017, doi: 10.1038/nature23911.
[5] M. P. Bendsøe and O. Sigmund, Topology Optimization : Theory, Methods and Applications. Springer-Verlag, 2003.
[6] T. Cherrière, S. Hlioui, L. Laurent, F. Louf, H. Ben Ahmed & M. Gabsi, "Topology Optimization of Asymmetric PMSM Rotor," International Conference on Electrical Machines (ICEM), 2022, pp. 469–475. doi: 10.1109/ICEM51905.2022.9910650.
[7] N. Krenn, T. Cherrière, S. Schöps & P. Gangl, "Electro-thermal topology optimization of an electric machine by the topological derivative considering drive cycles," 2025, url : http://arxiv.org/abs/2507.14759
[8] T. Cherrière et al., "Multi-material topology optimization using Wachspress interpolations for designing a 3-phase electrical machine stator," Struct. Multidiscip. Optim., vol. 65, no. 12, pp. 1–16, 2022, doi: 10.1007/s00158-022-03460-1.
[9] T. Cherrière, S. Hlioui, M. Gabsi, L. Laurent, F. Louf & H. Ben Ahmed, "Topology Optimization of a Complete Reluctance Machine with no Initial Information on its Geometry," International Conference on Electrical Machines (ICEM), 2024, doi: 10.1109/ICEM60801.2024.10700155.

Résumé

Il existe une multitude de structures de machines électriques performantes. Mais est-on sûr qu'il n'en existe pas d'autres, encore meilleures ? L'optimisation topologique est un outil de conception qui permet de dépasser les biais d'un concepteur humain, en ne se basant que sur les équations de la physique et du problème d'optimisation. Une approche possible est de décrire la géométrie par un champ de densité qui interpole les propriétés matériaux. Cette technique peut être étendue à un nombre arbitraire de matériaux en augmentant la dimension de l'espace d'interpolation, ce dernier devant alors être bien choisi pour éviter de tomber dans des optima locaux inexploitables. En prenant également en compte la tenue mécanique, on peut alors optimiser des machines électriques complètes (rotor et stator simultanément), fabricables, et ce, sans information initiale sur leur géométrie. En plus de trouver de nouvelles topologies de machines pas toujours intéressantes, on montre que l'algorithme est capable de retrouver les structures de l'état de l'art. L'optimisation topologique peut aussi générer des solutions innovantes à des problèmes moins étudiés, où les ingénieurs manquent de recul. ■

Abstract

There are many different types of high-performance electrical machines. But can we be sure that there are no others that are even better? Topology optimization is a design tool that allows us to overcome the biases of human designers by relying solely on the equations of physics and the optimization problem. One possible approach is to describe the geometry using a density field that interpolates the material properties. This technique can be extended to an arbitrary number of materials by increasing the dimension of the interpolation space, which must then be carefully chosen to avoid falling into unusable local optima. By adding mechanical performance considerations, it is then possible to optimize complete electrical machines (rotor and stator simultaneously) that are manufacturable, without any initial information about their geometry. In addition to discovering new machine topologies that may not always be interesting, we demonstrate that the algorithm is able to propose state-of-the-art structures. Topology optimization can also generate innovative solutions to less-studied problems, where engineers lack insight. ■